

Olimpiada de Matematică – Etapa Locală
Maramureș – 18 februarie 2023
Clasa a VII - a

1. Se consideră numărul

$$A = [\sqrt{1 \cdot 3}] + [\sqrt{2 \cdot 4}] + [\sqrt{3 \cdot 5}] + \dots + [\sqrt{n(n+2)}]$$

unde n este număr natural nenul, iar $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului real a .

- a) Calculați valoarea lui A pentru $n = 2023$.
b) Determinați numărul natural n știind că $A = 55$.

2. a) Demonstrați că

$$\sqrt{\frac{1 + 3 + 5 + \dots + 2023}{1 + 3 + 5 + \dots + 1011}} = 2.$$

- b) Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuația

$$x^2 \cdot \sqrt{(y-1)^2} = 2023.$$

3. Se consideră triunghiul ABC cu $\sphericalangle A = 90^\circ$, $\sphericalangle C = 30^\circ$. Bisectoarea unghiului $\sphericalangle B$ intersectează latura AC în punctul D . Fie M mijlocul laturii BC și E simetricul punctului D față de M . Arătați că:

- a) patrulaterul $BDCE$ este romb;
b) $AM \perp CE$.

4. Fie E un punct pe latura DC a pătratului $ABCD$, $[AN]$ bisectoarea unghiului $\sphericalangle EAB$, $N \in BC$ și P punctul de intersecție a dreptelor AE și BC . Perpendiculara din P pe NE intersectează dreapta DC în M .

Demonstrați că:

- a) $[NA]$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle MNB$;
b) $MN = DM + BN$;
c) $\sphericalangle MAN = 45^\circ$.

Gazeta Matematică 10/2022

Notă :

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se notează de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru - 3 ore