

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 10.02.2024
Clasa a VI-a

1.a) (3p) Determinați mulțimile A și B , care îndeplinesc simultan condițiile: $A \cup B = \left\{ n \mid n \in \mathbb{N}, (\overline{4n}, 35) = 1 \right\}$,

$$A \cap B = \left\{ x \mid x \in \mathbb{N}, \overline{2x24} : 9 \right\} \text{ și } A - B = \left\{ y \mid y \in \mathbb{N}, \overline{3y8} : 12 \right\}.$$

b) (4p) Arătați că, pentru orice număr natural $n > 5$, mulțimea $A = \{n, 2n+1, 3n+2, 4n+3, 6n+1\}$ conține cel puțin un număr natural compus.

2. (7p) Determinați numerele \overline{abc} , știind că cifrele sale sunt numere prime și $\frac{3a+2b}{6} = \frac{3b+c}{7} = \frac{a+4c}{11}$.

3. Pe dreptele paralele a și b se consideră punctele $A \in a$ și $B \in b$, iar punctul C este situat între dreptele a și b , astfel încât $AC \perp BC$. Punctul E este situat pe dreapta a și punctul D pe dreapta b , astfel încât unghiurile EAC și DBC să fie ascuțite. Unghiurile EAC și DBC sunt direct proporționale cu x și y , unde x și y sunt numere prime care verifică relația $5 \cdot x + 2 \cdot y = 24$.

a) (2p) Determinați valorile x și y .

b) (5p) Aflați măsura unghiului EAC .

4. (7p) Se consideră unghiurile adiacente AOB și BOC cu măsuri diferite și $\sphericalangle AOB + \sphericalangle BOC < 180^\circ$. OM este bisectoarea unghiului AOB , ON bisectoarea unghiului BOC și OP bisectoarea unghiului MON . Știind că suplementul unghiului AOC este de 4 ori mai mare decât unghiul POB , arătați că unul din unghiurile AOB sau BOC este drept.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru: 2 ore.