

Barem de corectare CMAA 2024 Clasa a XI-a - Științele naturii

P1

a) $A_{ABC} = 20$	1p
$A_{ADC} = 10$	1p
$A_{ABCD} = A_{ABC} + A_{ACD} = 30$	1p
b) $CD: 2x - y - 5 = 0$	1p
Fie $M(a, b) \in CD$ punctul de alimentare $\Rightarrow 2a - b - 5 = 0$ Fie B' simetricul lui B față de dreapta $CD \Rightarrow B'(11, -3)$ $\min(MA + MB) = \min(MA + MB') = AB'$ (A, M, B' coliniare)	2p
$M(2, -1)$	1p

P2

$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	2p
$A^n = \begin{pmatrix} 1 & -2n & 3n^2 \\ 0 & 1 & -3n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$	5p

P3

a) Se folosește inegalitatea Cauchy-Buniakovski-Schwarz $(5 \sin 2x + 12 \cos 2x)^2 \leq (5^2 + 12^2)(\sin^2 2x + \cos^2 2x) = 13^2$	2p
$-13 \leq 5 \sin 2x + 12 \cos 2x \leq 13 \quad +1 \Rightarrow -12 \leq f(x) \leq 14, \quad \text{Im } f = [-12, 14]$	1p
b) Asimptota orizontală la graficul funcției spre $+\infty$ nu există. Asimptota oblică spre $+\infty$ este paralelă cu dreapta $y = 2x + 1 \Rightarrow m = 2$, unde $m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$	1p
$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax + \sqrt{bx^2 + cx - 1}}{x} = 2 \Rightarrow a + \sqrt{b} = 2$	1p
$y = 1$ asimptotă la graficul funcției spre $-\infty$ $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(ax + \sqrt{bx^2 + cx - 1} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a^2 x^2 - (bx^2 + cx - 1)}{ax - \sqrt{bx^2 + cx - 1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a^2 - b)x^2 - cx + 1}{x \left(a + \sqrt{b + \frac{c}{x} - \frac{1}{x^2}} \right)} = 1$ $a^2 - b = 0, \quad c = -a - \sqrt{b}$ $a = 1, b = 1, c = -2$	1p

P4

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \nearrow 1} f(x) = \lim_{x \searrow 1} f(x) = 1$	1p
$\lim_{x \nearrow 1} f(x) = 1 \Rightarrow a = 2$	2p
Dacă $c \neq 0$, atunci $\lim_{x \searrow 1} f(x) = \pm \infty \Rightarrow c = 0$	2p
$c = 0 \Rightarrow \lim_{x \searrow 1} f(x) = b \Rightarrow b = 1$	2p