

CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ASTRA”

Etapă locală, 10.02.2024

Filiera tehnologică

Clasa a XI-a

1.(7p) Patronul unui lanț de patru magazine M1, M2, M3 și M4 trebuie să renunțe la unul dintre ele. Pentru a hotărî care dintre magazine va fi închis, el a urmărit vânzările celor mai căutate trei produse timp de o săptămână. În matricea A , avem pe linii cele patru magazine iar pe coloane cele trei produse. La intersecția liniei i cu coloana j , este numărul de bucăți din produsul j vândute în magazinul i . Matricea B conține pe coloană, prețul celor trei produse în euro.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 21 & 20 \\ 31 & 0 & 12 \\ 12 & 15 & 10 \\ 0 & 12 & 30 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \\ 40 \end{pmatrix}.$$

Determinați matricea C a câștigului în euro la sfârșit de săptămână prin vinderea celor trei produse, pentru fiecare magazin și stabiliți la care dintre cele patru magazine va renunța patronul.

2. Se consideră punctele $A(2, -3)$, $B(m+1, 2m)$, $C(1, 5)$.

a) (3p) Determinați numărul real m pentru care punctul B aparține dreptei AC .

b) (4p) Determinați numărul real m pentru care aria $\triangle ABC$ este egală cu 22,5.

3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 - x + 2}$.

a) (4p) Determinați ecuația asimptotei la graficul funcției f spre $-\infty$.

b) (3p) Determinați numerele reale a, b pentru care $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - ax - b) = 5$.

4. (7p) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} a \cdot \frac{2x^2 - 5x + 2}{x^2 - 5x + 6}, & x < 2 \\ 1, & x = 2 \\ \frac{e^{x^2 - 2x} + \sin(x^2 - 4) - 1}{x - 2}, & x > 2 \end{cases}$.

Determinați numărul real a pentru care funcția f are limită în $x_0 = 2$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru: 3 ore.