

Barem de corectare OLM 2024 Clasa a VII-a

P1 – autor Delia Șerb (a); (GM 10/2023) (b)

a) $a = \sqrt{0,(6)} + \sqrt{0,(8)} \cdot \sqrt{0,(3)} = \sqrt{\frac{6}{9}} + \sqrt{\frac{8}{9}} \cdot \sqrt{\frac{3}{9}} = \frac{\sqrt{6}}{3} + \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{6}}{3} + \frac{2\sqrt{6}}{9} = \frac{5\sqrt{6}}{9}$	1p
$b = \frac{\sqrt{63} + 2\sqrt{18} - 3\sqrt{11}}{\sqrt{28} + 2\sqrt{8} - \sqrt{44}} - \frac{\sqrt{8} - \sqrt{3}}{\sqrt{288} - \sqrt{108}} = \frac{3(\sqrt{7} + 2\sqrt{2} - \sqrt{11})}{2(\sqrt{7} + 2\sqrt{2} - \sqrt{11})} - \frac{2\sqrt{2} - \sqrt{3}}{6(2\sqrt{2} - \sqrt{3})} = \frac{3}{2} - \frac{1}{6} = \frac{4}{3}$	1p
$a = \frac{\sqrt{150}}{9}$ iar $b = \frac{12}{9} = \frac{\sqrt{144}}{9} \Rightarrow a > b$	1p
b) $\frac{a^2}{3} + 2b \in \mathbb{Q} \Rightarrow \overline{aba}$ este pătrat perfect	1p
\overline{aba} este pătrat perfect $\Rightarrow \frac{a^2}{3} + 2b \in \mathbb{N}$, deci cifra a este multiplu de 3, $a \neq 0; a \neq 3 \Rightarrow a \in \{6; 9\}$	1p
$a = 6 \Rightarrow \sqrt{6b6} = 12 + 2b \Rightarrow b = 7$, deci $\overline{aba} = 676$	1p
$a = 9 \Rightarrow \sqrt{9b9} = 27 + 2b$ caz care nu are soluție.	1p

P2 – autor Delia Șerb

$ x - \sqrt{8} + y - 8\sqrt{2} \leq 0$, dar $ x - \sqrt{8} + y - 8\sqrt{2} \geq 0 \Leftrightarrow x - \sqrt{8} = 0$ și $ y - 8\sqrt{2} = 0$	2p
$ x - \sqrt{8} = 0 \Rightarrow x = 2\sqrt{2}$ și $ y - 8\sqrt{2} = 0 \Rightarrow y = 8\sqrt{2}$	2p
$m_a = 5\sqrt{2}$ și $m_g = 4\sqrt{2}$	2p
$n = (5\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2})^2 - 1 = 81 \Rightarrow \sqrt{n} = 9 \in \mathbb{Q}$	1p

P3 – autor Dan Vulc

a) D este mijlocul lui AF și $DE \parallel AB \Rightarrow DE$ este linie mijlocie în triunghiul $ABF \Rightarrow DE = 3a$	1p
ED și AM sunt mediane în triunghiul $AEF \Rightarrow$ punctul Q este centrul de greutate al triunghiului AEF $\Rightarrow DQ = \frac{1}{3} DE = a$	2p
b) AM este mediană în triunghiul $AEF \Rightarrow A_{\triangle AMF} = A_{\triangle AME} = \frac{1}{2} A_{\triangle AFE} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AF \cdot DE}{2} = 9a^2$	1p
DM este mediană în triunghiul $DEF \Rightarrow A_{\triangle DME} = A_{\triangle DMF} = \frac{1}{2} A_{\triangle DFE} = \frac{1}{2} \cdot \frac{DF \cdot DE}{2} = \frac{9a^2}{2}$	1p
$DQ = \frac{DE}{3} \Rightarrow A_{\triangle DMQ} = \frac{A_{\triangle DME}}{3} = \frac{3a^2}{2}$	1p
$\frac{A_{\triangle AMF}}{A_{\triangle DMQ}} = 9a^2 \cdot \frac{2}{3a^2} = 6$	1p

P4 – autor Simona Dumitrescu

a) Fie $AE = EF = FB = l$ și $d(AB, DC) = h \Rightarrow A_{ABCD} = 3lh$	1p
Cum $EF \parallel DC; EF < DC \Rightarrow DEFC$ trapez $\Rightarrow A_{DEFC} = \frac{4lh}{2} = 2lh \Rightarrow \frac{A_{DEFC}}{A_{ABCD}} = \frac{2}{3}$	2p
b) Fie $DF \cap EC = \{Q\}$. Construim $BN \parallel DF, N \in DC$. Cum $DF \perp EC \Rightarrow EC \perp NB$	1p
$DF \parallel NB; DN \parallel FB \Rightarrow DNB$ este paralelogram, deci $DN = FB = l; NC = 2l$	1p
$NC \parallel EB; NC = EB; EC \perp BN \Rightarrow NEBC$ este romb, deci CE este bisectoarea unghiului BCD	2p