

Barem de corectare OLM 2024 Clasa a VI-a

P1 – autori Viorica David și Claudia Grigoriuc

a) $A \cup B = \{1, 3, 4, 6, 7, 8\}, A \cap B = \{1\}, A - B = \{4\}$	2p
$A = \{1, 4\}, B = \{1, 3, 6, 7, 8\}$	1p
b) Pentru $n \in \{6, 7, 8, 9\}$ afirmația este adevărată.	1p
Orice număr natural are una din formele $5k, 5k+1, 5k+2, 5k+3, 5k+4, k \geq 2$.	1p
Dacă $n = 5k$ atunci elementul n din mulțimea A este număr compus. Dacă $n = 5k+1$ atunci elementul $3n+2 = 3 \cdot (5k+1) + 2 = 15k+5$ este număr compus.	1p
Pentru $n = 5k+2 \Rightarrow 2n+1 = 2 \cdot (5k+2) + 1 = 10k+5$ Pentru $n = 5k+3 \Rightarrow 4n+3 = 4 \cdot (5k+3) + 3 = 20k+15$ Pentru $n = 5k+4 \Rightarrow 6n+1 = 6 \cdot (5k+4) + 1 = 30k+25$ În concluzie, pentru orice număr natural $n > 5$, în mulțimea A există cel puțin un număr compus.	1p

P2 – GM 5/2012

Din $\frac{3a+2b}{6} = \frac{3b+c}{7}$ obținem $21a = 2 \cdot (2b+3c)$, de unde deducem că $2 21a$, rezultă $2 a$. Numărul a este prim, deci $a = 2$.	3p
Din $\frac{3a+2b}{6} = \frac{a+4c}{11}$ și $a = 2$ obținem $11b = 3 \cdot (4c-9)$, de unde deducem că $3 11b$. Cum $(3, 11) = 1$ rezultă $3 b$ și cum b este prim obținem $b = 3$.	2p
Revenind la relația $21a = 2 \cdot (2b+3c)$ obținem $c = 5$. Numărul căutat este 235.	2p

P3 – autor Viorica David

a) $5 \cdot x + 2 \cdot y = 24$, rezultă că x este par, x, y prime, obținem $x = 2$ și $y = 7$	2p
b) Desen	1p
Construim $CM \parallel a \parallel b$, unde M aparține interiorului unghiului ACB $\sphericalangle EAC \equiv \sphericalangle ACM, \sphericalangle MCB \equiv \sphericalangle DBC$ unghiuri alterne interne	1p
$\sphericalangle ACM + \sphericalangle BCM = \sphericalangle ACB \Rightarrow \sphericalangle ACM + \sphericalangle BCM = 90^\circ$	1p
$\sphericalangle EAC$ și $\sphericalangle DBC$ sunt direct proporționale cu 2 și cu 7, rezultă $\sphericalangle EAC = 20^\circ$	2p

P4 – autor Adrian Bud (GM 10/2023)

Desen	1p
Notăm $\sphericalangle AOB = 2x, \sphericalangle BOC = 2y, \sphericalangle POB = z$ OM și ON bisectoare atunci $\sphericalangle MON = x + y$. Fie $\sphericalangle COD$ suplementul $\sphericalangle AOC$, rezultă $\sphericalangle COD = 180^\circ - (2x + 2y)$ și $\sphericalangle COD = 4 \cdot \sphericalangle POB = 4 \cdot z$	2p
Cazul 1. Fie $x > y, z = x - \frac{x+y}{2} = \frac{x-y}{2} \Rightarrow 4 \cdot \frac{x-y}{2} = 180^\circ - (2x + 2y)$	1p
Se obține $2x - 2y = 180^\circ - 2x - 2y \Rightarrow 4x = 180^\circ \Rightarrow 2x = 90^\circ$. Deci $\sphericalangle AOB = 90^\circ$.	1p
Cazul 2. Fie $x < y, z = y - \frac{x+y}{2} = \frac{y-x}{2} \Rightarrow 4 \cdot \frac{y-x}{2} = 180^\circ - (2x + 2y)$.	1p
Se obține $2y - 2x = 180^\circ - 2x - 2y \Rightarrow 4y = 180^\circ \Rightarrow 2y = 90^\circ$. Deci $\sphericalangle BOC = 90^\circ$.	1p