



INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Simion Oros, nr. 2, Cod 450059
Tel: 0260661391, Fax: 0260619190,
E-mail: secretariat@isjsalaj.ro



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ Etapa locală , SĂLAJ , 10.02.2024

Clasa a VIII-a

1. Tétel

Az n természetes szám esetében értelmezzük az $A_n = \{x \in \mathbf{R} \mid |x + n - 6| \leq 3n + 4\}$ halmazt.

(4p) a) Írjátok fel az A_1 halmazt intervallum formájában;

(3p) b) Határozzátok meg az n természetes számot, amelyre A_n pontosan 609 egész számot tartalmaz.

2. Tétel

(3p) a) Igazoljátok, hogy ha $x \in [-2, \infty)$ és $y \in [-2, \infty)$, akkor az $A = xy + 2x + 2y$ szám hozzátartozik a $[-4, \infty)$ intervallumhoz.

(4p) b) Igazoljátok, hogy bármely $a, b, c \in (0, \infty)$ esetén, fennáll az egyenlőtlenség

$$(a^2 + a + 1)(b^2 + b + 1)(c^2 + c + 1) \geq 27abc.$$

3. Tétel

Az $SABC$ szabályos tetraéderben felvesszük a D pontot az SB élen és az E pontot az SC élen, úgy, hogy $\frac{SD}{DB} = \frac{1}{2}$ és $\frac{SE}{EC} = 2$. Ha az ADE háromszög területe egyenlő $5\sqrt{3}cm^2$, határozzátok meg a tetraéder éleinek összegét.

4. Tétel

Legyen $ABCD A'B'C'D'$ egy kocka, és egy P pont amely a BD' átlón helyezkedik el úgy, hogy $BD' = 3BP$. Jelöljük O -val $BB'C'C$ lap középpontját.

(3p) a) Mutassátok ki, hogy az A , P és O pontok kollineárisak;

(4p) b) Ha $AB = 6 cm$, számítsátok ki a C pontnak az (APB) síktól való távolságát.

Munkaidő: 3 óra.

Minden feladat 7 pontot ér.