



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ

17.02.2024

Clasa a VIII-a

Subiectul 1

Determinați numerele întregi x pentru care: $x^2 \leq 32 - 10\sqrt{7}$.

Subiectul 2

Fie x, y două numere reale. Arătați că:

a) $x^2 + y^2 = \frac{(x+y)^2 + (x-y)^2}{2}$.

b) $xy = \frac{(x+y)^2 - (x-y)^2}{4}$.

c) Dacă $x+y=10$, arătați că $2x^2 + 2y^2 - 3xy \geq 25$.

Subiectul 3

Fie ABCD un tetraedru cu $[AB] \equiv [CD]$ și $[AD] \equiv [BC]$. Dacă M și N sunt mijloacele laturilor [AC] și [BD], demonstrați ca MN este distanța dintre dreptele [AC] și [BD].

Subiectul 4.

Fie ABCDA'B'C'D' un cub, punctele O și O' centrele fețelor ABCD, respectiv A'B'C'D'. Considerăm punctele $P \in (AD')$ și $Q \in (B'C)$ și notăm cu M mijlocul segmentului PQ. Demonstrați că $PQ \parallel (ABC)$ dacă și numai dacă $M \in (OO')$.

Gazeta Matematică

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 3 ore. Fiecare subiect este notat de la 0 la 7 puncte.