



A 74-a olimpiadă Națională de Matematică
Etapa zonală, 10 februarie 2024
Clasa a VII-a

Problema 1.

a) Dacă $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2024}$ și $B = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{2023}{2024}$ atunci calculați media aritmetică a celor două numere.

b) Se consideră numerele $C = \frac{1}{1 \cdot 6} + \frac{1}{2 \cdot 9} + \frac{1}{3 \cdot 12} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 300}$ și

$$D = \sqrt{\frac{1}{7} + \left(\frac{9}{14} + \frac{10}{21} + \dots + \frac{70}{441} \right)} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{63} \right). \text{ Calculați } C \cdot D + \frac{1}{100}.$$

Problema 2. Aflați numerele $x, y, z \in \mathbb{R}^*$, știind că $x + \frac{1}{y} = 2$, $y + \frac{1}{z} = 3$ și $xyz = 1$.

Gazeta Matematică

Problema 3. Se consideră $\triangle ABC$ cu $\sphericalangle A = 90^\circ$ și $\sphericalangle C = 30^\circ$. Bisectoarea unghiului B intersectează latura AC în punctul D . Fie M mijlocul laturii BC și E simetricul punctului D față de M . Arătați că:

- a) Patrulaterul $BDC E$ este romb;
- b) $AM \perp CE$.

Problema 4. Intersecția diagonalelor pătratului $ABCD$ este punctul O , mijlocul laturii AB este punctul E și $AC \cap DE = \{F\}$. Determinați raportul dintre aria patrulaterului $BEFO$ și aria pătratului $ABCD$.

Timp de lucru 3 ore.

Toate problemele sunt notate de la 0 la 7 puncte.