



A 74-a olimpiadă Națională de Matematică
Etapa zonală, 10 februarie 2024
Clasa a X-a

Problema 1

Fie funcția $f : D \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x+1} + \log_2(2-x-x^2)$

- a) Determinați domeniul maxim de definiție D a funcției f .
- b) Determinați mulțimea $A = \{p \in \mathbb{C} | p \cdot (p - f(0)) + p \cdot f(-1) + 2 = 0\}$

Problema 2

Pe laturile și în interiorul unui triunghi echilateral se iau 10 puncte distincte, două câte două. Să se arate că dacă lungimea laturilor triunghiului este egală cu 1m, există două puncte din cele luate care au distanța între ele mai mică decât 34 cm.

Problema 3

În triunghiul ABC notăm cu O centrul cercului circumscris, cu H ortocentrul, iar cu D, E respectiv F mijloacele laturilor BC, AC respectiv AB . Notăm cu M, N respectiv P simetricele punctului H față de D, E respectiv F . Fie H' ortocentrul triunghiului MNP . Să se arate că $HH' = 2OH$.

Problema 4

Fie $a = \log_{45} 25$ și $b = \log_{15} 27$. Arătați că $3a + ab + 2b = 6$.

Gazeta matematică

Timp de lucru 3 ore.

Toate problemele sunt notate de la 0 la 7 puncte.