

**26. Adolf Haimovici Alkalmazott Matematikaverseny**  
**Körzeti szakasz, 2024. február 10.**  
**X. osztály - H1 - Szakközép**

**1. feladat.** Számítsd ki az

$$E = \frac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt[12]{b^{19}}} \cdot \left( \frac{a^{-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[3]{b}}{\sqrt[4]{ab^{-1}}} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left( \frac{a^{-\frac{3}{8}}}{b^{-\frac{2}{3}}} \right)^{\frac{4}{3}},$$

kifejezés értékét, ha  $a = 4$  és  $b = 9$ .

**2. feladat.** Adottak az  $a = \log_2 3$  és  $b = \log_3 5$  számok.

a) Számítsd ki az  $F = 4^a - 3^b$  kifejezés értékét!

b) Igazold, hogy  $a > b$ .

**3. feladat.** Adott a  $z = \frac{a + 2i}{2 + ai}$  komplex szám, ahol  $a \in \mathbb{R}$ .

a) Számítsd ki  $|z|$  értékét, ha  $a = 2024$ .

b) Határozd meg  $a$  azon értékeit, amelyre  $z = 1$ .

**4. feladat.** Egy városnak 2024. január 1.-én  $N_0 = 23000$  lakója volt. Ha  $N(t)$  jelöli a város lakóinak a számát  $t$  év elteltével, akkor tudjuk, hogy  $N(t)$  exponenciális növekedést követ, és hozzávetőlegesen  $N(t) = N_0 \cdot 2^{0,05 \cdot t}$ .

a) Mennyi lesz közelítőleg a város lakóinak a száma 10 év múlva?

b) Hány év múlva fog a város lakóinak a száma megduplázódni?

*Munkaidő 3 óra.*

*Minden feladatot 0-tól 7-ig pontozunk.*