



Al 26-lea Concurs Național de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”
Etapa zonală, 10 februarie 2024
Clasa a IX-a - H2 - Științele naturii

Problema 1. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația:

$$\left(2x + \frac{5}{2}\right) + \left(2x + \frac{1}{2}\right) + \left(2x - \frac{3}{2}\right) + \dots + \left(2x - \frac{43}{2}\right) = 201,5 + x.$$

Problema 2. În triunghiul ABC fie punctele $M \in AB, N \in AC$ și $P \in BC$ astfel încât $\overrightarrow{MA} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{NC} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{NA}$ și $\overrightarrow{PC} = \frac{2}{9}\overrightarrow{PB}$.

a) Realizați un desen corespunzător datelor problemei.

b) Arătați că $\overrightarrow{MP} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{BA} + \frac{9}{7}\overrightarrow{BC}$ și $\overrightarrow{MN} = -\frac{7}{20}\overrightarrow{BA} + \frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$.

c) Arătați că punctele M, N și P sunt coliniare.

Problema 3. Arătați că numărul $10^n + 18n - 28$ este divizibil cu 27, pentru orice $n \in \mathbb{N}$.

Problema 4. Un rezervor poate fi umplut prin două robinete. Dacă ambele robinete sunt deschise în același timp, rezervorul gol este umplut în 12 minute. Când rezervorul este exact pe jumătate umplut, unul dintre robinete se închide. Dacă primul robinet este cel închis, atunci rezervorul se umple cu 5 minute mai târziu, decât în situația în care al doilea robinet ar fi cel închis.

a) Determinați în cât timp se va umple rezervorul gol, dacă doar primul robinet este deschis.

b) Determinați în cât timp se va umple rezervorul gol, dacă în primele 5 minute doar al doilea robinet este deschis și apoi se va deschide și primul robinet.

Timp de lucru 3 ore.

Toate problemele sunt notate de la 0 la 7 puncte.