



**A 74-a olimpiadă Națională de Matematică**  
**Etapa zonală, 10 februarie 2024**  
**Clasa a VIII-a**

**Problema 1.** Fie mulțimile  $A = \{3x + 1, |2x - 1| \leq 3, x \in \mathbb{R}\}$  și  $B = \{x, |x + 2| \leq 1, x \in \mathbb{R}\}$ .

- a) Determinați intervalele  $A$  și  $B$ .
- b) Demonstrați că suma elementelor întregi ale intervalelor  $A$  și  $B$  este număr prim.

**Problema 2.** Determinați valorile lui  $x \in \mathbb{Z}$  pentru care

$$S = \frac{\sqrt{17 - 12\sqrt{2}} + (1 + \sqrt{2})^2}{x + 2} \in \mathbb{N}.$$

**Problema 3.** În triunghiul  $ABC$  avem  $\sphericalangle A = 90^\circ$ ,  $AC = 12$  cm,  $BC = 20$  cm. Fie  $CD$  bisectoarea unghiului  $ACB$ ,  $D \in AB$ , și  $DE \perp BC$ ,  $E \in BC$ . În punctul  $E$ , pe planul triunghiului  $ABC$  se ridică perpendiculara  $PE = 6$  cm. Calculați:

- a) Lungimea segmentului  $DE$  și distanța de la punctul  $P$  la punctul  $D$ ;
- b) Distanța de la punctul  $P$  la dreapta  $CD$ .

**Problema 4.** Se consideră cubul  $ABCD A' B' C' D'$ , cu  $O$  centrul feței  $ABCD$ , iar punctele  $M$  și  $N$  mijloacele muchiilor  $AB$ , respectiv  $BC$ . Arătați că:

- a) Patrulaterul  $MNC' A'$  are diagonalele perpendiculare;
- b) Dreptele  $D' B$ ,  $A' N$ ,  $C' M$  și  $B' O$  sunt concurente.

*Gazeta matematică*

*Timp de lucru 3 ore.*

*Toate problemele sunt notate de la 0 la 7 puncte.*