

Al 26-lea Concurs Național de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”
Etapa zonală, 10 februarie 2024
Clasa a X-a - H1 - Tehnic

Problema 1. Calculați valoarea expresiei

$$E = \frac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt[12]{b^{19}}} \cdot \left(\frac{a^{-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[3]{b}}{\sqrt[4]{ab^{-1}}} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{a^{-\frac{3}{8}}}{b^{-\frac{2}{3}}} \right)^{\frac{4}{3}}$$

pentru $a = 4$ și $b = 9$.

Problema 2. Fie $a = \log_2 3$ și $b = \log_3 5$.

a) Calculați valoarea expresiei $F = 4^a - 3^b$.

b) Demonstrați că $a > b$.

Problema 3. Fie numărul complex $z = \frac{a + 2i}{2 + ai}$ unde $a \in \mathbb{R}$.

a) Calculați $|z|$ pentru $a = 2024$.

b) Determinați valorile lui a pentru care $z = 1$.

Problema 4. În data de 1. ianuarie 2024 un oraș a avut o populație de $N_0 = 23000$ locuitori. Notăm cu $N(t)$ numărul locuitorilor orașului după t ani. Se estimează o creștere exponențială a populației după formula $N(t) = N_0 \cdot 2^{0,05 \cdot t}$.

a) Care va fi populația aproximativă a orașului după 10 ani?

b) După câți ani se va dubla populația orașului?

Timp de lucru 3 ore.

Toate problemele sunt notate de la 0 la 7 puncte.