



74. Országos matematikaolimpia
Körzeti szakasz, 2024. február 10.
X. osztály

1. feladat

Adott az $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x+1} + \log_2(2-x-x^2)$ függvény.

- a) Határozd meg a függvény D maximális értelmezési tartományát.
- b) Határozd meg az $A = \{p \in \mathbb{C} \mid p \cdot (p - f(0)) + p \cdot f(-1) + 2 = 0\}$ halmaz elemeit.

2. feladat

Egy egyenlő oldalú háromszög oldalain és a belsejében 10 páronként különböző pontot helyezünk el. Igazold, hogy ha a háromszög oldalának hossza 1 m, akkor van két olyan pont a felvettek között, amelyek távolsága kisebb 34 cm-nél!

3. feladat

Jelöljük az ABC háromszög köré írt kör középpontját O -val, ortocentrumát H -val, a BC , AC , AB oldalak felezőpontjait D , E illetve F -vel. Felvesszük a H pont szimmetrikusait a D , E illetve F pontokra nézve és jelöljük őket M , N , P -vel. Legyen H' az MNP háromszög ortocentruma. Bizonyítsd be, hogy $HH' = 2OH$.

4. feladat

Legyen $a = \log_{45} 25$ és $b = \log_{15} 27$. Igazold, hogy $3a + ab + 2b = 6$.

Gazeta matematică

Munkaidő 3 óra.

Minden feladatot 0-tól 7-ig pontozunk.