

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – Constanța, 3.02.2024

Clasa a X-a

Secțiunea H1- filiera tehnologică, toate profilurile și specializările

SUBIECTUL 1

a) Fie $E(n) = \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n-1}}$.

Arătați că $(\sqrt{n} + 1)E(n) \in \mathbb{N}$, pentru orice număr natural $n > 1$;

b) Să se calculeze numărul real $x = \sqrt[3]{6\sqrt{3} - 10} - \sqrt[3]{6\sqrt{3} + 10}$.

SUBIECTUL 2

a) Fie $a = \log_8 10$ și $b = \log_{20} 50$. Să se arate că $6a - b - 3ab = 1$;

b) Fie $x \in (0, +\infty)$ și $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. Demonstrați că :

$$\log_5 x^{\frac{1}{2}} + \log_5 x^{\frac{1}{6}} + \log_5 x^{\frac{1}{12}} + \dots + \log_5 x^{\frac{1}{n^2+n}} = \log_5 x^{\frac{n}{n+1}};$$

SUBIECTUL 3

Fie numerele complexe $z_1 = m + i$ și $z_2 = 1 + mi$, unde $m \in \mathbb{R}$.

a) Pentru $m = -2$ arătați că z_2 este soluție a ecuației $x^2 - 2x + 5 = 0$.

b) Determinați $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $\frac{z_1}{z_2} \in \mathbb{R}$.

SUBIECTUL 4

În trei magazine se vinde același produs. În primul magazin se vând m bucăți cu p lei/ bucată. În al doilea magazin se vând cu n bucăți mai mult decât în primul magazin la prețul de 40 lei/bucată, iar în al treilea magazin se vând cu n bucăți mai puțin decât în primul magazin la prețul de 60 lei/bucată. Știind că în cele trei magazine se obțin sume egale de bani din vânzare, aflați prețul de vânzare a unei unități (bucăți) de produs de la primul magazin.

Notă:

Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.

Nu se acordă puncte din oficiu.