
OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**Etapă locală – Constanța, 3.02.2024****Clasa a XII-a****SUBIECTUL 1**

Fie $M = [1, +\infty)$. Determinați funcțiile $f : M \rightarrow M$ pentru care legea de compoziție $x \circ y = f(x)f(y) - f(x) - f(y) + 2$ determină pe M o structură de monoid.

*Gazeta Matematică, nr. 10/2023***SUBIECTUL 2**

Fie (G, \cdot) un grup cu proprietatea că există $f : G \rightarrow G$ astfel încât $f(x^{-1} \cdot f(y)) = f(x) \cdot y^{-1}$, $\forall x, y \in G$. Arătați că G este comutativ și că f este automorfism de grupuri.

*Nelu Chichirim***SUBIECTUL 3**

Arătați că există $n \in \mathbb{N}$ astfel încât $\lim_{x \rightarrow \infty} \int_0^x t^{12} \cdot e^{-t} dt = n!$.

*Cătălin Zîrnă***SUBIECTUL 4**

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție derivabilă care verifică relația $f'(e^x - e^{-x}) = (e^x - e^{-x})'$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Să se determine o primitivă F a funcției f care verifică $F(0) = f(0) = 0$.

*Cristina Homencovschi***Notă:**

Timp de lucru: **3 ore**.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.

Nu se acordă puncte din oficiu.