

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”**  
**Etapa locală – Constanța, 3.02.2024**

**Clasa a IX-a**

secțiunea H1\_filiera tehnologică, toate profilele

**Barem de corectare și notare**

**SUBIECTUL 1**

Se consideră mulțimile:  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x-1| + |x-3| = 2\}$  și  $B = \left\{x \in \mathbb{N} \mid x = \frac{3n-1}{n+1}, n \in \mathbb{N}\right\}$ .

- Determinați mulțimea A.
- Găsiți numerele întregi din mulțimea  $A \setminus B$ .

***Soluție:***

- Explicitarea corectă a modulelor .....1p  
Cazul I: Dacă  $x \in (-\infty, 1)$ , atunci  $x = 1$  dar  $1 \notin (-\infty, 1)$  .....1p  
Cazul II: Dacă  $x \in [1, 3]$ , atunci  $2 = 2(A)$  și  $x \in [1, 3]$  .....1p  
Cazul III: Dacă  $x \in [3, +\infty)$ , atunci  $x = 3$  și  $3 \in [3, +\infty)$  și soluția finală  $A = [1, 3]$  .....1p
- $n+1 \mid 4, n \in \mathbb{N} \Rightarrow n \in \{0, 1, 3\}$  .....1p  
 $x \in \{-1, 1, 2\} \cap \mathbb{N} \Rightarrow x \in \{1, 2\} \Rightarrow B = \{1, 2\}$  .....1p  
 $A \setminus B = [1, 3] \setminus \{1, 2\} = (1, 2) \cup (2, 3] \Rightarrow (A \setminus B) \cap \mathbb{Z} = \{3\}$  .....1p

**SUBIECTUL 2**

- Rezolvați ecuația  $\left\lceil \frac{x+1}{3} \right\rceil = x-2$ , pentru orice număr real x.
- Demonstrați că  $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+1)} = \frac{n}{2n+1}, (\forall) n \in \mathbb{N}^*$ .

***Soluție:***

- $\left\lceil \frac{x+1}{3} \right\rceil = k \in \mathbb{Z}$ . Din  $k = x-2 \Rightarrow x = k+2$  .....1p  
 $k \leq \frac{k+3}{3} < k+1, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \left(0, \frac{3}{2}\right]$  .....1p  
 $k \in \left(0, \frac{3}{2}\right] \cap \mathbb{Z} \Rightarrow k = 1$  .....1p  
Din  $k = 1 \Rightarrow x = 3$  .....1p
- Scrierea corectă a pașilor inducției .....1p  
Calcul  $P(n+1)$  .....1p  
Finalizare  $P(n+1) = \frac{n+1}{2n+3}$  .....1p

### SUBIECTUL 3

Fie pătratul  $MATE$  cu lungimea laturii egală cu 4 cm.

- a) Calculați lungimea vectorului  $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{MT}$ .  
b) Demonstrați că pentru orice punct  $P$  din planul pătratului  $MATE$  are loc egalitatea  $\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{PT} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PE}$ .

**Soluție:**

a)  $MATE$  este pătrat  $\Rightarrow \overrightarrow{MT} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{ME}$  .....1p

$\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{MT} = \overrightarrow{AE} + (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{ME}) = 2\overrightarrow{ME}$  .....1p

$|\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{MT}| = |2\overrightarrow{ME}| = 2 \cdot |\overrightarrow{ME}|$  .....1p

$|\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{MT}| = 2 \cdot 4 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$  .....1p

b) Realizarea unui desen corespunzător .....1p

$\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{PT} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PE} \Leftrightarrow \overrightarrow{PM} - \overrightarrow{PA} = \overrightarrow{PE} - \overrightarrow{PT}$  .....1p

$\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{PE} + \overrightarrow{TP} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{TE}$  adevărat ( $MATE$  este paralelogram) .....1p

### SUBIECTUL 4

Concertul de Crăciun a avut loc anul acesta într-o sală polivalentă cu o capacitate de 3969 locuri. Pentru o bună organizare, accesul spectatorilor s-a realizat astfel: în primul minut a intrat 1 spectator, în al doilea minut au intrat 3 spectatori, în al treilea minut au intrat 5 spectatori și tot așa, respectând regula de acces sigur, au fost ocupate toate locurile disponibile.  
După câte ore a intrat în sală ultimul om care a cumpărat bilet?

**Soluție:**

1, 3, 5, .....,  $x$  sunt termenii consecutivi ai unei progresii aritmetice .....1p

$a_1 = 1$  și  $r = 2$  .....1p

Termenul general este  $a_n = 2n - 1$ , deci în minutul  $n$  vor intra în sală  $2n - 1$  spectatori .....1p

$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = 3969$  .....1p

$\frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} = 3969 \Rightarrow n^2 = 3969$  .....1p

$n = 63$  minute .....1p

Ultimul spectator care a cumpărat bilet intră în sală după o oră și 3 minute .....1p

**Notă:**

Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.

Nu se acordă puncte din oficiu.