

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – Constanța, 3.02.2024

Clasa a XI-a

Secțiunea H2 -filiera teoretică, profil real, specializarea științe ale naturii

SUBIECTUL 1

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$.

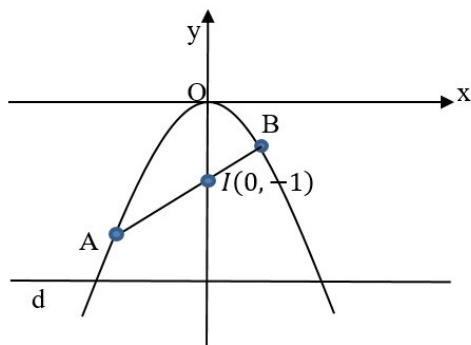
- Arătați că $A^2 = 3A - 2I_2$.
- Calculați $B^4 - 15B$.
- Demonstrați că $A^n - B^n = (2^n - 1)(A - B), \forall n \in \mathbb{N}^*$.

SUBIECTUL 2

Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{2x^2-1}-1}{\sqrt[4]{3x^4-2}-1}, & x < -1 \\ \frac{\ln(1+\arctg(x+1))}{x^2+4x+3}, & x > -1 \end{cases}$

- Demonstrați că funcția f nu are limită în -1 .
- Calculați $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

SUBIECTUL 3



În reperul cartezian xOy , suprafața cuprinsă între graficul funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x^2$ și dreapta d , reprezintă un lac. Punctul O reprezintă debarcaderul, iar în punctul $I(0, -1)$ este o insulă. Un vaporăș face trasee de agrement pe lac. Punctele A și B reprezintă două stații de pe malul lacului, poziționate pe aceeași dreaptă cu insula I . Într-un traseu pe lac vaporășul a avut următoarele stații:

debarcader $O \rightarrow$ stația $A \rightarrow$ insula $I \rightarrow$ stația $B \rightarrow$ debarcader O .

Drumul între două stații consecutive a fost parcurs în linie dreaptă.

Demonstrați că reprezentarea geometrică în reperul cartezian a traseului vaporășului este un triunghi dreptunghic.

SUBIECTUL 4

Se consideră funcția $f: \mathbb{R} - \{0, 1\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{e^x - e^2}$

- Determinați valorile numărului a real pentru care punctul $P\left(a; -\frac{1}{3}\right) \in G_f$.
- Aflați ecuațiile asimptotelor la graficul funcției.
- Calculați $\lim_{x \rightarrow 1} (x-1)f(x)$.

Notă:

Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.

Nu se acordă puncte din oficiu.