

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapă locală – Constanța, 3.02.2024

Clasa a V-a

SUBIECTUL 1

- a) Arătați că $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3$ este pătrat perfect.
- b) Fie numărul natural $a = 2^{3n+7} - 2^{3n+5} + 2^{3n+2}$. Aflați ultimele două cifre ale numărului a .
- c) Arătați că numărul $a = 2^{3n+7} - 2^{3n+5} + 2^{3n+2}$ se poate scrie ca sumă de patru cuburi perfecte.

SUBIECTUL 2

- a) Aflați cifra nenulă a pentru care $\overline{aaa} \cdot a + \overline{aaa} + a = \overline{aaaa}$.
- b) La o împărțire de două numere naturale se obține câtul 4 și restul 1. Dacă mărim deîmpărțitul cu 10 și împărțim la același împărțitor, obținem câtul 5. Aflați numerele inițiale.

Gazeta Matematică

SUBIECTUL 3

Fie numerele:

$$a = 7^{53} \cdot 7^{54} \cdot 7^{55} \cdot \dots \cdot 7^{82} \text{ și}$$

$$b = 1 + 7^1 + 7^2 + \dots + 7^{2023}.$$

- a) Verificați că $53 + 54 + \dots + 82 = 2025$.
- b) Arătați că $a = 7^{2025}$.
- c) Demonstrați că $(a - 42b)$ divide $(6b + 1)$.

SUBIECTUL 4

- a) Două mere cântăresc cât patru pere. Un măr și două pere cântăresc cât trei pere și o piersică. Arătați că șase piersici cântăresc cât trei mere.
- b) Un grup de 23 de copii se întâlnesc după vacanță și își oferă cadouri, ciocolate și magneți. Fiecare băiat îi oferă fiecărei fete din grup un cadou format din 3 ciocolate și 2 magneți, iar fetele își dăruiesc una alteia cadouri formate din câte 3 ciocolate. Știind că numărul de ciocolate oferite este de 3 ori mai mare decât numărul de magneți oferiți, aflați câte fete sunt în grup.

Notă:

Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.

Nu se acordă puncte din oficiu.