



**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**  
**ETAPA LOCALĂ – 10.02.2024**  
**CLASA a V-a**  
**BAREM DE CORECARE ȘI NOTARE**

**SUBIECTUL I (7puncte)**

Fie  $a=2024+2\cdot(1+2+3+\dots+2023)$  și  $b=1+3+5+\dots+2023$ . Arătați că:  $a=4\cdot b$ .

**Soluție:**

Oficiu .....1p  
 $a=2024^2$  .....2p  
 $b=1012^2$  .....2p  
 $a=4b$  .....2p

**SUBIECTUL II (7puncte)**

Fie numerele  $a = 32^5 \cdot 2^{36} - 12^{30} \cdot 9^{15} - 4^{25} \cdot 8^3$  și  $b = 3^{39} + 12^{39} \cdot 2^{78} + 27^{13}$

a) Arătați că doar unul din cele două numere este pătrat perfect.

b) Comparați  $a$  cu  $b$ .

**Soluție:**

Oficiu.....1p  
 $a = 2^{61} - 2^{60} - 2^{59} = 2^{59}$  .....2p  
 $b = 3^{39} + 3^{39} + 3^{39} = 3^{40}$  .....2p  
 $3^{40} = 3^{20 \cdot 2} = (3^{20})^2$  .....1p  
 $2^{59} < 2^{60} < 3^{40}$  .....1p

**SUBIECTUL III (7puncte)**

Un număr natural de 3 cifre împărțit la răsturnatul său dă câtul 3 și restul 26, iar diferența dintre cifra sutelor și cea a unităților numărului este egală cu 4. Determinați numărul.

**Soluție:**

Oficiu .....1p  
 $\overline{abc} = \overline{cba} \cdot 3 + 26, a = 4 + c$  .....1p  
 $100a + 10b + c = 300c + 30b + 3a + 26$  .....1p  
 $97a = 299c + 20b + 26$  .....1p  
 $362 = 202c + 20b$  .....1p  
 $181 = 101c + 10b$  .....1p  
 $c = 1, b = 8, a = 5$  .....1p

**SUBIECTUL IV (7puncte)**

- a) Scrieți numărul  $91^{91}$  sub forma  $x^2 + y^3$ , unde  $x$  și  $y$  sunt numere naturale mai mari sau egale cu 2.
- b) Dacă  $a = 36^n + 1$ , cu  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$ , arătați că numărul  $a^a$  se poate scrie ca suma a două numere, din care unul este pătrat perfect și celălalt cub perfect.

G.M. 6-7-8 2023

**Soluție:**

- Oficiu.....1p
- a)  $91^{91} = 91^{90}(64 + 27)$ .....1p
- $(91^{45} \cdot 8)^2 + (91^{30} \cdot 3)^3$ .....1p
- b)  $36^n + 1 = (6^n)^2 + 1^3$ .....1p
- scrierea lui  $36^n$  de la exponent ca  $18^n \cdot 2^n$  și scrierea lui  $36^n = 12^n \cdot 3^n$ .....1p
- scrierea lui  $2^n = 2^{(n-1)+1} = 2^{n-1} \cdot 2$ .....1p
- $3^n = 3^{(n-1)+1} = 3^{n-1} \cdot 3$  și finalizare .....1p

**Notă:**

- Timp de lucru 3 ore;
- Toate subiectele sunt obligatorii.