



**Olimpiada Națională de Matematică**  
**Etapă Locală, Satu Mare, 8 februarie 2025**  
**Clasa a VII-a**

**1. Feladat**

a) Határozzátok meg azt a legkisebb egész számot, amely nagyobb mint az  $x$ , ahol

$$x = \frac{\sqrt{8} + \sqrt{10} + \sqrt{12} + \sqrt{16} + \sqrt{20} + \sqrt{24}}{2 + \sqrt{5} + \sqrt{6}}.$$

b) Mutassátok ki, hogy  $\sqrt{a}$  egy racionális szám, ha

$$a = \left( 2026 - \frac{1007}{\sqrt{1+3+5+\dots+2013}} \right)^{12} \cdot 2025.$$

**2. Feladat**

a) Adott az  $A = \left\{ \frac{2024}{3}, \frac{2025}{4}, \frac{2026}{5}, \frac{2027}{6}, \dots \right\}$  halmaz. Határozzátok meg a  $B = A \cap \mathbb{N}$ , halmaz kardinális számát, ahol  $\mathbb{N}$  a természetes számok halmaza.

b) Legyen  $b = |2a - 4| + |a - 3| - a$ , ahol  $a$  egy valós szám úgy, hogy  $2 < a < 3$ . Határozzátok meg az  $\frac{a}{b}$  valós szám egész részét.

**3. Feladat**

Legyen ABCD egy négyzet. Az AC átló C ponton túli meghosszabításán vegyük fel az F pontot úgy, hogy CF = AB és DF a négyzet köré írt kört M pontban metszi. Legyen E a BM és AC egyenesek metszéspontja.

a) Bizonyítsátok be, hogy (BM a  $\sphericalangle$ DBC szög szögfelezője!

b) Mutassátok ki, hogy az [AF] és [EC] szakaszok felezőpontjai egybeesnek!

Supliment G.M nr. 11/2024

**4. Feladat**

Legyen ABCD egy téglalap, ahol  $30^\circ < \sphericalangle DBC < 45^\circ$ . Megszerkesztjük sorra az ABE, ADF, EFG egyenlő oldalú háromszögeket ahol E a téglalap belső tartományában helyezkedik el, az F és E pontok az AD egyenes különböző oldalán helyezkednek el, a G és E pontok pedig az AB egyenes különböző oldalán helyezkednek el. Jelöljük M-mel az EB és CG, illetve N-nel a BD és EG egyenesek metszéspontját. Mutassátok ki, hogy:

a) AG = CE

b) MN  $\perp$  GE.

Megjegyzés:

- Munkaidő 3 óra.
- Minden feladat kötelező.
- Minden helyesen megoldott feladat 7 pontot ér.

*Sok sikert!*