

Concursul Național de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”**Etapa Locală****Maramureș – 8 februarie 2025****Clasa a XII- a****Secțiunea H1****Filiera tehnologică, toate profilurile și specializările****Barem de corectare și notare**

1. a) $x * y = \frac{\sqrt{2}}{2} (x + 2)(y + 2) - 2$ 2p
b) $(x * y) * z = x * (y * z) = \frac{1}{2} (x + 2)(y + 2)(z + 2) - 2$ 2p
c) $m * n * p = 10 \Leftrightarrow (m + 2)(n + 2)(p + 2) = 24$ 1p
și $m, n, p \in \mathbb{N}, m < n < p \Rightarrow m + 2 = 2, n + 2 = 3, p + 2 = 4$ 1p
 $\Rightarrow m = 0, n = 1, p = 2$ 1p
2. a) $A(x) \cdot A(y) = A(2xy) \in M$ 2p
b) $A\left(\frac{1}{2}\right) = I_3 \in M$ este element neutru 2p
 $A(x) \cdot A(x') = A(x') \cdot A(x) = A\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow 2xx' = \frac{1}{2}$ și $x' = \frac{1}{4x} \forall x \neq 0$ 2p
Deci mulțimea elementelor simetrizabile este $\{A(x) | x \in \mathbb{R}, x \neq 0\}$ 1p
3. a) Demonstrarea continuității pe \mathbb{R} a funcției f 2p
 f continua pe \mathbb{R} implică faptul că f admite primitive pe \mathbb{R} 1p
b) $\int_{-1}^2 f(x) dx = \int_{-1}^1 \frac{x^2-1}{x^3-3x-6} dx + \int_1^2 x \cdot \ln x dx$ 1p
 $= \frac{1}{3} \ln |x^3 - 3x - 6| \Big|_{-1}^1 + \left(\frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} \right) \Big|_1^2 = \frac{7}{3} \ln 2 - \frac{3}{4}$ 3p
4. a) Arată că $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ 1p
b) $\int_0^1 \frac{1}{x^2+1} dx = \arctg x \Big|_0^1 = \frac{\pi}{4}$ 2p
c) $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow e^x \geq x + 1, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow e^{x^2} \geq x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$
 $e^{-x^2} \leq \frac{1}{x^2+1}, \forall x \in \mathbb{R}$ 2p
 $\Rightarrow \int_0^1 e^{-x^2} dx \leq \int_0^1 \frac{1}{x^2+1} dx = \frac{\pi}{4}$ 2p