

**Concursul Național de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici ”****Etapă Locală****Maramureș – 8 februarie 2025****Clasa a XI- a****Secțiunea H1****Filiera tehnologică, toate profilurile și specializările**

1. Spunem că o matrice nenulă  $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  devine nulă dacă are proprietatea că  $A^2 = O_2$ .

a) Verificați dacă matricea  $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  devine nulă.

b) Dați exemplul de matrice  $B$ , de forma  $B = \begin{pmatrix} 2 & a \\ b & c \end{pmatrix}$ , cu elemente numere reale distincte, care devine nulă.

c) Dacă  $X$  este o matrice care devine nulă, calculați  $\det(X)$ .

2. Fie  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$  și  $G = \{X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid A \cdot X = X \cdot A\}$ .

a) Dacă  $X \in G$ , arătați că există  $a, b \in \mathbb{R}$  pentru care  $X = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$ .

b) Determinați  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  astfel încât  $X^2 = A$ .

3. Calculați

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x-1} - 1}{\sqrt{x^2 + 8x - 3}}.$$

4. a) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + 8x - 5} + 2x) = -2$ .

b) Aflați  $a, b \in \mathbb{R}$  astfel încât  $\lim_{x \rightarrow \infty} (ax + b - \sqrt{x^2 + 6x - 4}) = 3$ .

**Notă:**

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se notează de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru – 3 ore