

Olimpiada de Matematică – Etapa Locală
Maramureș – 8 februarie 2025
Clasa a V - a

1. Fie suma

$$S = 101 + 1001 + 10001 + \dots + \overline{100 \dots 001},$$

unde ultimul termen al sumei are 2025 cifre.

- a) Aflați câte cifre are termenul din mijloc al sumei S ;
- b) Aflați câte cifre de 0 se folosesc pentru a scrie toți termenii sumei;
- c) Calculați suma S .

2. Fie numerele:

$$a = [(12 - 0^{12}) \cdot (3^3 - 3^2) + 1^{2025}] : (3^4 - 2^5 - 2 \cdot 3^2) \cdot 11$$

$$b = 27^{33} : [9^{32} \cdot 3^{34} + (3^5 \cdot 3^{20})^5 : (81 \cdot 3^{23}) \cdot 2 + (5^8 : 5^8 - 5^0)^{35} \cdot 2]$$

Calculați $a^b + b^a$.

3. Se consideră numerele naturale a și b , cu $a > b > 0$. Împărțind numărul a la numărul $a - b$ se obține câtul 2 și restul 3.

- a) Dacă $a = 2025$, determinați câte valori posibile are diferența $a - b$;
- b) Determinați câtul și restul împărțirii numărului b la numărul $a - b$.

4. Stabiliți dacă există numerele naturale x, y, z astfel încât produsul $P = (x + y)(x + z)(y + z)$ să fie egal cu 2025^{2024} . Dar cu 2024^{2025} ?

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se notează de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru - 3 ore