

**Olimpiada de Matematică – Etapa Locală**  
**Maramureș – 8 februarie 2025**  
**Clasa a VIII - a**

1. a) Determinați valorile numerelor reale  $x$  și  $y$ , cu  $x, y \in (0, \infty)$ ,  $x > y$ , pentru care  $x^2 + y^2 = 290$  și  $xy = 143$ .

b) Fie  $x, y$  numere reale astfel încât  $x - y + 1 = 0$  și  $y \in [1; 3]$ . Arătați că

$$\sqrt{x^2 + y^2 - 2y + 1} + \sqrt{x^2 + y^2 - 4x - 6y + 13} = 2\sqrt{2}.$$

2. Fie  $a, b, n$  trei numere naturale nenule pentru care intervalul  $(a, b)$  conține un singur număr natural.

a) Arătați că

$$\left\lfloor \frac{a}{b} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{a+1}{b+1} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{a+2}{b+2} \right\rfloor + \dots + \left\lfloor \frac{a+n}{b+n} \right\rfloor = 0.$$

b) Determinați valorile numerelor naturale nenule  $a, b, n$  pentru care are loc egalitatea

$$\left\lfloor \frac{b}{a} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{b+1}{a+1} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{b+2}{a+2} \right\rfloor + \dots + \left\lfloor \frac{b+n}{a+n} \right\rfloor = 2025.$$

3. Fie  $ABCD$  un tetraedru cu baza triunghiul echilateral  $BCD$ , iar  $G_1$  și  $G_2$  centrele de greutate ale triunghiurilor  $ABD$ , respectiv  $ACD$ .

a) Arătați că  $G_1G_2 \parallel (BCD)$ .

b) Fie  $PQ$  o dreaptă ce conține centrul bazei, cu  $P \in (CD)$  și  $Q \in (BC)$ .

Arătați că  $AC \parallel (G_1PQ)$ .

4. Se consideră tetraedrul regulat  $VABC$  și punctele  $M, O, N$  și  $P$  mijloacele laturilor  $BC, AM, VO$ , respectiv  $MN$ . Știind că  $OP \cap VM = \{T\}$ , arătați că  $AT \perp (VBC)$ .

**Notă:**

*Toate subiectele sunt obligatorii.*

*Fiecare problemă se notează de la 0 la 7 puncte.*

*Timp de lucru - 3 ore*