



**Olimpiada Națională de Matematică 2025**  
**Etapă locală – Iași, 31 ianuarie 2025**  
**Clasa a VI-a**

**Problema 1**

Arătați că fracția  $\frac{\overline{ab^4 + aba + a^2b}}{1+2+2^2+\dots+2^{62}}$  se simplifică cu 7.

**Problema 2**

- a) Câte numere naturale de forma  $\overline{abc}$ , scrise în baza zece, îndeplinesc condiția  $a \cdot b \cdot c = 30$ ? Justificați răspunsul.
- b) Care dintre numerele de mai sus sunt prime? Justificați răspunsul.

**Problema 3**

Semidreptele  $[OC$  și  $[OD$  sunt situate în interiorul unghiului  $\widehat{AOB}$  astfel încât  $\widehat{AOC} = 90^\circ$  și  $\widehat{DOC} = 20^\circ$ . Dacă  $[OM$  și  $[ON$  sunt bisectoarele unghiurilor  $\widehat{AOD}$ , respectiv  $\widehat{COB}$ , iar  $\widehat{MON} = 70^\circ$ , calculați  $\widehat{AOB}$ .

**Problema 4.**

Un antreprenor împarte o sumă de bani  $S$  angajaților săi  $A_1, A_2, \dots, A_n$  în părți invers proporționale cu numerele  $2, 6, 12, \dots, n \cdot (n+1)$ , unde  $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$ . Angajatul  $A_3$  constată că el primește de  $\frac{225}{8}$  ori mai mult decât ar fi primit dacă aceeași sumă  $S$  ar fi distribuită angajaților  $A_1, A_2, \dots, A_n$  în părți direct proporționale cu numerele  $2, 4, 6, \dots, 2 \cdot n$ .

- a) Folosind eventual relația  $\frac{1}{k \cdot (k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$ , arătați că:  $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{n}{n+1}$ .
- b) Determinați-l pe  $n$  – numărul de angajați.

*Timp de lucru – 3 ore*

*Fiecare problemă este notată cu 7 puncte*

*Etapă locală ONM - Iași, 31 ianuarie 2025*

Str. N. Bălcescu nr. 26, 700117, Iași  
Tel: +40 (0)232 26 80 14  
Fax: +40 (0)232 26 77 05  
[www.isjiiasi.ro](http://www.isjiiasi.ro)