

9**Olimpiada Națională de Matematică**
Etape locală, 8 februarie 2025**Clasa a IX-a****AG**
2025**Subiectul I**

Să se rezolve ecuația $2\{x\} + [x] = \frac{1}{2}$.

7 puncte**Subiectul II**

Fie ABCD un patrulater și M, N mijloacele laturilor (AB) respectiv (CD)

a) Arătați că $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$.

4 puncte

b) Demonstrați că $MN \leq \frac{1}{2}(AD + BC)$.

3 puncte**Subiectul III**

Se consideră numerele reale pozitive a, b, c, astfel încât $a + b + c = 3$.

a) Demonstrați că $b + a^2b \geq 2ab$.

2 puncte

b) Să se arate că $a^2 + b^2 + c^2 + a^2b + b^2c + c^2a \geq 6$.

5 puncte**Subiectul IV**

Fie M un punct în interiorul triunghiului ABC și D, E, F proiecțiile lui M pe dreptele BC, CA, respectiv AB. Arătați că M este centrul de greutate al triunghiului DEF, dacă și numai dacă MD, ME, MF sunt direct proporționale cu BC, CA, respective AB.

7 puncte**Varianta 2****Notă:**

Timp de lucru: 3 ore
Fiecare subiect se redactează pe foaie separată
și este notat cu punctaj întreg, de la 0 la 7 p.