



**Olimpiada Națională de Matematică**  
**Etapa Județeană și a Municipiului București, 14 martie 2015**

**CLASA a V-a**

**Problema 1.** Determinați toate numerele naturale de două cifre  $\overline{ab}$ , cu  $a < b$ , care sunt egale cu suma numerelor naturale cel puțin egale cu  $a$  și cel mult egale cu  $b$ .

**Problema 2.** La un concurs de matematică, la care participă 50 de elevi, se oferă spre rezolvare 3 probleme. Știind că fiecare elev a rezolvat cel puțin o problemă și că numărul de soluții corecte ale tuturor concurenților este 100, arătați că numărul celor care au rezolvat corect toate cele trei probleme este cel mult 25.

**Problema 3.** Mulțimea numerelor naturale nenule se împarte în submulțimi astfel:

$$\{1, 2\} , \{3, 4, 5\} , \{6, 7, 8, 9\} , \dots$$

- Aflați cel mai mic element din cea de-a 100-a submulțime.
- Este 2015 cel mai mare element al unei astfel de submulțimi?

*Gazeta Matematică*

**Problema 4.** a) Arătați că ultimele trei cifre ale numărului  $1038^2$  sunt egale cu 4.

b) Arătați că există o infinitate de pătrate perfecte ale căror ultime trei cifre sunt egale cu 4.

c) Demonstrați că nu există pătrate perfecte care să aibă ultimele patru cifre egale cu 4.

*Timp de lucru 2 ore. Se acordă în plus 30 de minute pentru întrebări.  
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.*