



Olimpiada Națională de Matematică

Etapa locală - 13 februarie 2020

Clasa a VI-a

1. Se consideră punctele $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{10}$ coliniare, în această ordine, astfel încât $A_1A_2 = 1$ cm,
 $A_2A_3 = 2$ cm, ..., $A_9A_{10} = 9$ cm. Să se calculeze:
 - a) Lungimea segmentului $[A_1A_{10}]$;
 - b) Distanța dintre mijloacele segmentelor $[A_1A_4]$ și $[A_7A_{10}]$.
2. Unghiurile în jurul unui punct O , $\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle COA$ au bisectoarele $[OX]$, $[OY]$, respectiv, $[OZ]$, iar $m(\angle XOY)$, $m(\angle YOZ)$, $m(\angle ZOX)$ sunt direct proporționale cu 5, 6 respectiv 7.
 - a) Aflați măsurile unghiurilor $\angle AOB$, $\angle BOC$ și $\angle COA$;
 - b) Aflați măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor $\angle BOX$ și $\angle COZ$.
3. Se consideră cifrele nenule a, b, c pentru care expresia $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca} - \overline{abc}$ are valoare maximă. Demonstrați că numărul $\overline{abc}$ este prim.
4. Fie x, y, z numere naturale nenule pentru care $2^{2x} + 2^{3y} = 2^{5z}$. Demonstrați că
 - a) $2x = 3y$;
 - b) Demonstrați că $x + y + z \geq 25$.

Gazeta Matematică – nr. 10/2019 (enunț modificat)

NOTĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Fiecare subiect este notat cu 7 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Timpul efectiv de lucru este de 2 ore din momentul primirii subiectului.