



Olimpiada Națională de Matematică

Etapa locală - 13 februarie 2020

Clasa a VI-a - barem

1. a) $A_1A_{10} = A_1A_2 + A_2A_3 + \dots + A_9A_{10} = 1 + 2 + \dots + 9 = 45$ cm 3p
b) Notăm cu M și N mijloacele segmentelor $[A_1A_4]$ respectiv $[A_7A_{10}]$.
Atunci $A_1M = \frac{A_1A_4}{2} = \frac{1+2+3}{2} = 3$ cm și $NA_{10} = \frac{A_7A_{10}}{2} = \frac{7+8+9}{2} = 12$ cm 2p
Astfel $MN = A_1A_{10} - A_1M - NA_{10} = 45 - 3 - 12 = 30$ cm 2p

2. a) Notăm măsurile unghiurilor $\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle COA$ cu $2a$, $2b$, respectiv $2c$.
Atunci $m(\angle XOY) = a + b$, $m(\angle YOZ) = b + c$ și $m(\angle ZOY) = c + a$.
Din datele problemei avem că $\frac{a+b}{5} = \frac{b+c}{6} = \frac{c+a}{7}$ și $2a + 2b + 2c = 360^\circ$ 2p
de unde $a = 60^\circ$, $b = 40^\circ$ și $c = 80^\circ$. 3p
b) Măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor $\angle BOX$ și $\angle COZ$ este 2p
 $\frac{60^\circ}{2} + 80^\circ + \frac{80^\circ}{2} = 150^\circ$.

3. $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca} - \overline{abc} = -89a + b + 10c$ 2p
 $-89a + b + 10c \leq -89 \cdot 1 + 9 + 10 \cdot 9 \Rightarrow a = 1, b = 9$ și $c = 9$ 3p
Demonstrează că 199 este prim. 2p

4. a) Dacă $2x < 3y \Rightarrow 1 + 2^{3y-2x} = 2^{5z-2x}$ absurd. Analog pentru $2x > 3y$ 2p
b) $2x = 3y \Rightarrow x = 3k$ și $y = 2k$, $k \in \mathbb{N}^*$ 1p
 $2^{2x} + 2^{3y} = 2^{5z} \Rightarrow 2^{6k+1} = 2^{5z} \Rightarrow 5z = 6k + 1$ 1p
Atunci $6k + 1 \vdots 5$ deci $k = 5s + 4$, $s \in \mathbb{N}$ 1p
Obținem $x + y + z = 3(5s + 4) + 2(5s + 4) + (6s + 5) = 31s + 25 \geq 25$ 2p

NOTĂ: Orice soluție corectă se punctează corespunzător.