

Olimpiada Națională de Matematică
Etapa Locală, județul Timiș
15.02.2023

Clasa a VI-a

1. Notăm cu $d(N)$ numărul divizorilor numărului $N = 2^x \cdot 5^y$, cu x, y numere naturale nenule. Se știe că $d(N) = 48$ și $d(25 \cdot N)$ este egal cu media aritmetică dintre $d(N)$ și $d(8 \cdot N)$. Aflați N .

Gazeta Matematică nr. 11/2022

2. Fie a, b și c trei numere naturale prime și distincte, astfel ca $4a + 6b + 9c = 105$.

a) Determinați valorile numerelor a, b și c .

b) Dacă n este un număr natural impar, atunci arătați că numărul $2^{n+c} - 2^{n+b} + 2^{n+a}$ se poate scrie ca sumă de două pătrate perfecte, unde a, b și c sunt numerele determinate la punctul a).

3. În jurul punctului O se consideră 9 unghiuri: $\angle A_0OA_1 = x^0$, $\angle A_1OA_2 = (2x + 1)^0$, $\angle A_2OA_3 = (3x + 2)^0$, ..., $\angle A_7OA_8 = (8x + 7)^0$ și $\angle A_8OA_0 = (9x - n)^0$, unde x și n sunt numere naturale nenule. Determinați măsurile celor 9 unghiuri.

Gazeta Matematică. nr. 12/2019

4. Mai mulți copii (cel puțin 5) stau aranjați în cerc. Ei pasează între ei o minge. Inițial mingea e la Alex care o transmite la al patrulea copil spre stânga. În continuare, fiecare copil, după ce primește mingea, o transmite mai departe celui de-al patrulea copil din stânga sa. (Dacă etichetăm cei n copii cu $1, 2, \dots, n$, Alex fiind etichetat cu 1, atunci copilul cu eticheta k îi pasează celui cu eticheta $k + 4$ dacă $k + 4 \leq n$, respectiv celui cu eticheta $k + 4 - n$ dacă $k + 4 > n$.) Știind că mingea se reîntoarce la Alex după efectuarea a 7 pase (și nu a mai trecut pe la el între timp), aflați numărul copiilor. Determinați toate posibilitățile și justificați răspunsul.

NOTĂ:

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timpul de lucru este de două ore.
3. Fiecare subiect se punctează cu 7 puncte.

Succes!