

**Varianta 2  
Subiecte****Olimpiada națională de matematică****Etapa locală, județul Teleorman, 25 februarie 2023****Clasa a VIII – a**

1. Arătați ca pentru orice numere reale pozitive  $a, b, c, d$

$$\frac{1+2ab}{2+c^2+2ab+d^2} + \frac{1+2bc}{2+a^2+2bc+d^2} + \frac{1+2cd}{2+a^2+2cd+b^2} + \frac{1+2da}{2+b^2+2ad+c^2} \leq 2$$

*Gazeta Matematică*

2. a) Arătați că  $\sqrt{xy} \leq \frac{x+y}{2}$ ,  $x, y \geq 0$

b) Determinați numerele pozitive  $a, b, c, d$  dacă :

$$a+b+c=6 \text{ și } \sqrt{d \cdot a \cdot b - a \cdot c} + \sqrt{d \cdot b \cdot c - a \cdot b} + \sqrt{d \cdot a \cdot c - b \cdot c} = 3d$$

3. O foaie dreptunghiulară de hârtie  $ABCD$ , cu  $AB=4$  cm și  $\angle DCA = 30^\circ$  se îndoaie după diagonala  $AC$ , așa încât  $(ABC) \perp (ACD)$ .

a) Determinați distanța de la punctul  $D$  la dreapta  $BC$ .

b) Aflați lungimea segmentului  $BD$ , în figura formată după îndoire.

*Gazeta Matematică*

4. Fie  $ABCD$  un paralelogram cu  $\angle A = 60^\circ$ ,  $AD=12$  cm  $BD \perp AD$  și  $M$  mijlocul laturii  $AB$ . În punctul  $P$ ,  $\{P\} = BD \cap CM$ , se ridică perpendiculara  $PQ$  pe planul paralelogramului  $ABCD$ , astfel încât  $PQ = 4\sqrt{6}$  cm

a) Aflați aria paralelogramului  $ABCD$

b) Calculați distanțele de la punctul  $Q$  la  $C$ , respectiv la dreapta  $BC$ .

Notă: Timp de lucru: 3 ore. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se notează de la 0 la 7. Nu se acordă puncte din oficiu.