

Varianta 2**Barem**

Olimpiada națională de matematică
Etapă locală, județul Teleorman, 25 februarie 2023
Clasa a VI – a

Problema 1

Determinați numerele naturale x, y, z , știind că au loc simultan relațiile:

- a) $3x=2y$
- b) $5x+4y+3z=665$
- c) $5y=4z$

$$\frac{x}{8} = \frac{y}{12} = \frac{z}{15} = k$$

3 puncte

$$k=5$$

1 punct

$$x=40$$

1 punct

$$y=60$$

1 punct

$$z=75$$

1 punct

Problema 2

Soluție:

$$2023=d \cdot x+2^n \text{ dar înmulțind cu 2 obținem } 4046=2 \cdot d \cdot x+2^{n+1}$$

1 punct

$$2124=d \cdot y+2^{n+1} \Rightarrow d \cdot (2x-y)=1922=2 \cdot 31^2$$

1 punct

Cum d trebuie să fie număr prim $\Rightarrow d=31$ deci $2023=31 \cdot 65+8$

$$2124=31 \cdot 68+2^4 \text{ deci } n=3.$$

1 punct

$$2^{2025}-1=1+2+2^2+2^3+2^4+\dots+2^{2024}$$

1 punct

Dar $1+2+2^2+2^3+2^4=31$ și cum în sumă avem 2025 de elemente

1 punct

$$2^{2025}-1=1+2+2^2+2^3+2^4+2^5 \cdot (1+2+2^2+2^3+2^4)+2^{10} \cdot (1+2+2^2+2^3+2^4)+\dots+2^{2020} \cdot (1+2+2^2+2^3+2^4)=$$

$$31 \cdot (1+2^5+2^{10}+2^{15}+\dots+2^{2020}) \text{ deci se divide cu 31.}$$

2 puncte

Problema 3

Desen

1 punct

$$M \text{ mijlocul lui } AC, N \text{ mijlocul lui } BC=2x, CD = \frac{16}{5}x$$

1 punct

$$AB=2MB+2x$$

1 punct

$$MB=2\text{cm}$$

1 punct

$$BC=6\text{cm}$$

1 punct

$$CD=9,6\text{cm}$$

1 punct

$$AD=25,6$$

1 punct

Problema 4

Desen

1 punct



$\sphericalangle BOM = \sphericalangle AOM = a, \sphericalangle CON = \sphericalangle DON = b$	1 punct
$\sphericalangle AOC = x \Rightarrow \sphericalangle BOD + \sphericalangle AOC = 2(a + b + x) \Rightarrow$	
$\sphericalangle BOD + \sphericalangle AOC = 2 \cdot 85^\circ = 170^\circ = \text{constant}$	2 puncte
b) $\sphericalangle AOC = 40^\circ, \sphericalangle MON = 85^\circ \Rightarrow a + b = 45^\circ$	1 punct
$\sphericalangle BOD = 130^\circ$	1 punct
$\sphericalangle AOB + \sphericalangle BOC = 90^\circ \Rightarrow \sphericalangle AOB, \sphericalangle BOC - \text{complementare}$	1 punct