

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 18.02.2023
CLASA a VI-a

Problema 1.

- 7p Să se determine trei numere naturale prime a , b , c care îndeplinesc condițiile:
 $(a+b+c) \cdot (5 \cdot a + 15) = (5 \cdot a - 4) \cdot (48 - c) \cdot b$ și $a < b < c$.

Problema 2.

Un drumeț are într-o pungă migdale. Dacă ar mânca zilnic câte 9 i-ar rămâne 5, dacă ar mânca zilnic câte 18 i-ar rămâne 14 și dacă ar mânca zilnic câte 12 i-ar rămâne 8.

- 3p a) Este posibil ca drumețul să aibă în pungă 338 migdale (justificați)?
4p b) Află dacă toate migdalele din pungă pot fi mâncate câte 16 pe zi, fără a rămâne vreo migdală, știind că numărul migdalelor este cel mai mic număr, de trei cifre, care îndeplinește condițiile din enunț.

Problema 3.

Se consideră mulțimile $A = \{x / x = 2^a, a \geq 1\}$ și $B = \{y / y = 3^b, b \in \mathbb{N}^*\}$.

- 3p a) Aflați a și b astfel încât $x + y = 97$.
4p b) Determinați numărul perechilor (a, b) pentru care $3x + 2y \leq 2022$.

Problema 4

Se consideră $n \in \mathbb{N}^*$ și n semidrepte OM_1, OM_2, \dots, OM_n , diferite două câte două, situate în interiorul unui unghi $A\hat{O}B$, astfel încât

$$A\hat{O}M_1 \equiv M_1\hat{O}M_2 \equiv M_2\hat{O}M_3 \equiv \dots \equiv M_{n-1}\hat{O}M_n \equiv M_n\hat{O}B.$$

Notăm cu s_n numărul tuturor unghiurilor formate de semidreptele $OA, OM_1, OM_2, \dots, OM_n, OB$ unghiuri cu interioarele incluse în interiorul unghiului $A\hat{O}B$.

- 1p a) Să se determine s_4 .
2p b) Există $n \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $s_n = 13$? (justificați)
4p c) Dacă $A\hat{O}B = 75^\circ$ și $n = 4$ să se calculeze suma măsurilor tuturor unghiurilor formate.