

Olimpiada de Matematică – Etapa Locală
Maramureș – 18 februarie 2023
Clasa a VI - a

1. Fie mulțimile:

$$A = \{x \mid x = 2k + 5, k \in \mathbb{N}\} \text{ și}$$

$$B = \{y \mid y = n^2 + n, n \in \mathbb{N}\},$$

în care elementele sunt ordonate crescător.

- a) Scrieți primele trei elemente din fiecare mulțime;
- b) Arătați că $105 \in A \setminus B$;
- c) Arătați că mulțimile A și B sunt disjuncte.

2. Fie $a, b, c \in \mathbb{Q}$ pentru care

$$\frac{a - 2b + 3c}{4a - 3b + 2c} = \frac{2}{3}.$$

- a) Arătați că $a = c$;
- b) Pentru $a \neq 2b$, determinați valoarea raportului

$$\frac{7a - 4b + c}{7a - 9b + 11c}.$$

3. Se consideră punctele coliniare A, O, D , în această ordine. Punctele B și C sunt situate în același semiplan față de dreapta AD , astfel încât $\sphericalangle AOB$ este egal cu 20% din $\sphericalangle BOD$ și $\sphericalangle COD$ este 50% din $\sphericalangle AOC$.

- a) Determinați măsurile unghiurilor $\sphericalangle AOB$, $\sphericalangle BOC$ și $\sphericalangle COD$.
- b) Determinați $\sphericalangle CON$, știind că $[OM$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle AOB$ și că măsura unghiului $\sphericalangle MON$ este egală cu cel mai mic număr natural impar care are exact 3 divizori.

4. Se consideră numerele naturale nenule a, b, c care satisfac relația

$$2a + 31b = 29c.$$

- a) Descompuneți numărul 1798 în produs de factori primi;
- b) Arătați că $(a + b)(b + c)(c + a)$ este divizibil cu 1798.

(prelucrare a unei probleme din *Supliment Gazeta Matematică* 11/2022)

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se notează de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru – 2 ore