



BAREM ORIENTATIV DE CORECTARE ȘI NOTARE

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapă locală- 2023

CLASA a VI -a

Problema 1

Se consideră proporția $\frac{b}{a+3b} = 0,1(3)$. Să se calculeze $\frac{2a^2 - 8ab + b(a+4b)}{b(a-4b)}$.

Soluție

$$\frac{b}{a+3b} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15} \Rightarrow 15b = 2a + 6b \dots\dots\dots 2p$$

$$9b = 2a \Rightarrow \frac{a}{9} = \frac{b}{2} = k \in \mathbb{Q} \Rightarrow a = 9k, b = 2k \dots\dots\dots 2p$$

$$\frac{2a^2 - 8ab + b(a+4b)}{b(a-4b)} = \frac{2a(a-4b) + b(a+4b)}{b(a-4b)} = 2 \cdot \frac{a}{b} + \frac{a+4b}{a-4b} = 2 \cdot \frac{9k}{2k} + \frac{9k+8k}{9k-8k}$$

Sau înlocuirea directă cu k2p

Finalizare $9 + 17 = 26$ 1p

Problema 2:

Se dau mulțimile: $A = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{3x+2}{x-2} \in \mathbb{N}\right\}$ și $B = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{5x+7}{x-1} \in \mathbb{N}\right\}$

Determinați mulțimea $A \cap B$.

Soluție:

$$\frac{3x+2}{x-2} = \frac{3x+6-6+2}{x-2} = \frac{3x-6+8}{x-2} = \frac{3x-6}{x-2} + \frac{8}{x-2} = \frac{3(x-2)}{x-2} + \frac{8}{x-2} = 3 + \frac{8}{x-2} \in \mathbb{N}$$

Dacă $\frac{8}{x-2} \in \mathbb{N} \Rightarrow (x-2)$ îl divide pe 8 (indiferent de metoda folosită)2p

$(x-2) \in D_8 = \{1,2,4,8\} \Rightarrow x \in \{3,4,6,10\}$ 1p

$$\frac{5x+7}{x-1} = \frac{5x-5+12}{x-1} = \frac{5(x-1)+12}{x-1} = \frac{5(x-1)}{x-1} + \frac{12}{x-1} = 5 + \frac{12}{x-1} \in \mathbb{N}$$

Dacă $\frac{12}{x-1} \in \mathbb{N} \Rightarrow (x-1)$ este un divizor natural al lui 12 (indiferent de metoda folosită) ...2p



$$(x - 1) \in D_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \Rightarrow x \in \{2, 3, 4, 5, 7, 13\} \dots\dots\dots 1p$$

$$A \cap B = \{3, 4\} \dots\dots\dots 1p$$

Problema 3:

Determinați numerele de forma \overline{abcd} astfel încât

$$(a-1)(b-2)(c-3)(d+2019)= 2020$$

Soluție:

Deoarece $d+2019 \geq 2019$, trebuie să avem $d+2019=2020$, de unde $d=1 \dots\dots\dots 3p$

Pentru celelalte paranteze sunt posibile cazurile $a-1=1$, $b-2=1$ și $c-3=1 \dots\dots\dots 3p$

$a=2$, $b=3$, $c=4$. Numerele căutate sunt 2341 și 2121 $\dots\dots\dots 1p$

Problema 4

Se dă unghiul $\angle MON$ și unghiurile $\angle AOB$ și $\angle COD$ având ca bisectoare semidreptele OM , respectiv ON . Știm că OA și OC sunt între OM și ON , iar OA este interioară unghiului $\angle MOC$.

- Arătați că suma măsurilor unghiurilor $\angle BOD$ și $\angle AOC$ este constantă.
- Dacă $\angle BOD$ are măsura de 130° și $\angle AOC$ are măsura de 40° , arătați că unghiurile $\angle AOB$ și $\angle COD$ sunt complementare.

Soluție

a) Desen $\dots\dots\dots 1p$

OM și ON bisect. $\angle AOB$, respectiv $\angle COD \Rightarrow \angle BOM = \angle AOM = a$,

$\angle CON = \angle DON = b \dots\dots\dots 1p$

Fie $\angle AOC = x \Rightarrow \angle BOD = 2a + x + 2b$, $\angle BOD + \angle AOC = 2(a + b + x)$, $\angle MON = a + x + b \dots\dots 1p$

$\angle BOD + \angle AOC = 2 \cdot \angle MON \Rightarrow \angle BOD + \angle AOC = \text{const.} \dots\dots\dots 1p$

b) $\angle BOD + \angle AOC = 170^\circ$, $\angle BOD + \angle AOC = 2\angle MON \Rightarrow \angle MON = 85^\circ \dots\dots\dots 1p$

$\angle MON = a + x + b \Rightarrow a + b = 45^\circ \dots\dots\dots 1p$

Finalizare $\dots\dots\dots 1p$