

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ - CLASA A V-A
SOLUȚII ȘI BAREM ORIENTATIV**

SUBIECTUL 1

$$\overline{abc} \cdot 10 + d + 2 \cdot \overline{abc} = 2022 \Rightarrow 12 \cdot \overline{abc} + d = 2022. \text{ Observăm că } 12 \cdot \overline{abc} \text{ se împarte la } 6, \dots, 1p$$

$$2022 \text{ se împarte la } 6 \Rightarrow d \text{ se împarte } 6 \Rightarrow d = 0 \text{ sau } d = 6 \dots \dots \dots 1p$$

$$\text{Dacă } d = 6 \Rightarrow 12 \cdot \overline{abc} + 6 = 2022 \Rightarrow 12 \cdot \overline{abc} = 2016 \Rightarrow \overline{abc} = 2016 : 12 \Rightarrow \overline{abc} = 168 \Rightarrow \overline{abcd} = 1686 \dots \dots \dots 2p$$

$$\text{Dacă } d = 0 \Rightarrow 12 \cdot \overline{abc} = 2022, \text{ fals, deoarece } 2022 \text{ nu se împarte la } 12 \dots \dots \dots 2p$$

$$\text{Deci } \overline{abcd} = 1686 \dots \dots \dots 1p$$

SUBIECTUL 2

$$\text{Avem } A = 3^{22} + 2^{32} > 2^{33} + 2^{32} = 2^{32}(2+1) = 2^{32} \cdot 3 \quad (1) \dots \dots \dots 3p$$

$$\text{Dar } B = 2^{36} - 7 \cdot 2^{33} = 2^{32}(2^4 - 7 \cdot 2^1) = 2^{32}(16-14) = 2^{32} \cdot 2 \quad (2) \dots \dots \dots 3p$$

$$\text{Din (1) și (2) se obține că } A > B. \dots \dots \dots 1p$$

SUBIECTUL 3

$$\text{Pentru } n = 1 \Rightarrow 2 \cdot 5 + 56 = 66, \text{ nu este pătrat perfect. } \dots \dots \dots 1p$$

$$\text{Pentru } n = 2 \Rightarrow 2^3 \cdot 5^2 + 56 = 256 = 16^2. \dots \dots \dots 1p$$

$$\text{Pentru } n \geq 3 \Rightarrow 2^{2n-1} \cdot 5^n + 56 = 2^3 (2^{2n-4} \cdot 5^n + 7).$$

$$\text{Dacă este pătrat perfect atunci } (2^{2n-4} \cdot 5^n + 7) : 2 \dots \dots \dots 2p$$

$$\text{ceea ce este fals deoarece } 2n-4 \geq 2 \text{ și } 2^{2n-4} \text{ este număr par,}$$

$$\text{deci } 2^{2n-4} \cdot 5^n + 7 \text{ este număr impar, } \dots \dots \dots 2p$$

$$\text{rezultă } 2^3 (2^{2n-4} \cdot 5^n + 7) : 2^3 \text{ și } \nmid 2^4, \text{ adică nu este pătrat perfect. } \dots \dots \dots 1p$$

$$\text{Atunci } n = 2 \text{ este singura soluție.}$$

SUBIECTUL 4

$$7 \cdot 5x + 7 \cdot 4y = 7 \cdot 203 \Rightarrow 7(5x + 4y) = 7 \cdot 203 \Rightarrow 5x + 4y = 203 \text{ Restul împărțirii lui } 203 \text{ la } 4 \text{ este } 3$$

$$\text{deci } x \text{ are forma } 4k + 3, k \text{ număr natural. } \dots \dots \dots 1p$$

$$\Rightarrow 5(4k + 3) + 4y = 203 \Rightarrow 20k + 15 + 4y = 203 \Rightarrow 20k + 4y = 188 \dots \dots \dots 1p$$

$$\Rightarrow 4(5k + y) = 188 \Rightarrow 5k + y = 47 \dots \dots \dots 2p$$

$$\text{Se observă că } 0 \leq 5k \leq 47 \Rightarrow 0 \leq k \leq 9. \text{ Deci pentru fiecare din cele } 10 \text{ valori ale lui } k, \text{ obținem o valoare naturală a lui } x \text{ respectiv a lui } y \dots \dots \dots 2p$$



INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN BRĂILA

CONSILIUL CONSULTATIV, DISCIPLINA MATEMATICĂ

Deci relația este verificată pentru 10 perechi (x, y) de forma $(4k + 3, 47 - 5k)$, unde $k=0,1,2,3,4,5,6,7,8,9$1p