

**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**  
**ETAPA LOCALĂ,**  
**SUCEAVA, 15 februarie 2025**  
**CLASA a V-a**

**1. (7p)** S-a amestecat o cantitate de banane de calitate I, cu prețul de 12 lei kilogramul, cu o altă cantitate de banane de calitate a II-a, cu prețul de 7 lei kilogramul. Pentru a obține aceeași sumă din vânzarea bananelor, cantitatea obținută s-a vândut cu 9 lei kilogramul. Ce cantitate s-a amestecat din fiecare calitate, dacă bananele de calitate I au fost mai puține cu 38 kg decât cele de calitate a II-a?

**2. a) (4p)** Suma a nouă numere naturale consecutive este  $\overline{2x072}$ . Aflați cele nouă numere.

**b) (3p)** Calculați ultima cifră a numărului natural  $n = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2025}$ .

**3.** Fie numărul  $\overline{a_1 a_2 a_3 \dots a_{2n-1} a_{2n}}$  cu  $2n$  cifre nenule. Se știe că orice cifră a numărului situată pe poziție pară este de patru ori mai mare decât cifra precedentă de pe poziția impară (adică au proprietatea că  $a_{2k} = 4 \cdot a_{2k-1}$ , oricare ar fi  $k \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$ ).

**a) (3p)** Arătați că **nu** există astfel de numere cu suma cifrelor 2024;

**b) (4p)** Determinați cel mai mic și cel mai mare astfel de număr cu suma cifrelor 2025.

**4. a) (4p)** Verificați egalitățile:

$$2024 = 1^2 + 2^2 + 5^2 + 25^2 + 37^2$$

$$2024^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 229^2 + 2011^2.$$

**b) (3p)** Arătați că numărul  $2024^n$  se poate scrie ca sumă de cinci pătrate perfecte nenule distincte, pentru orice număr natural nenul  $n$ .

**Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.**

**2. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.**

**3. Timp de lucru: 3 ore.**