



**Olimpiada Națională de Matematică**  
**Etapă Locală, Satu Mare, 8 februarie 2025**  
**CLASA a VIII-a**

**Problema 1.**

- a) Să se determine toate perechile de numere întregi  $(x, y)$  dacă  
 $y = \sqrt{x^2 - 6x + 9} - |x + 2|$ , cu  $x \in (-2, 3)$ .
- b) Aflați numerele reale  $a$  și  $b$  pentru care  $a^2 + b^2 + 4a - b + 4,25 = 0$

**Problema 2.**

Se consideră expresia algebrică  $E(x) = \left( \frac{x+3}{x^2+6x+8} + \frac{1}{4-x^2} \cdot \frac{x^2-6x+8}{x^2-16} \right) + \left( \frac{x+4}{x-1} \right)^{-2}$ ,  
unde  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-4, -2, 1, 2, 4\}$

- a) Demonstrați că  $E(x) = 1 - \frac{9x+11}{x^2+8x+16}$ .
- b) Determinați valorile reale ale lui  $x$  pentru care  $E(x)$  este supraunitară.

**Problema 3.**

Se consideră piramida triunghiulară regulată  $VABC$  cu vârful în  $V$  și  $O$  centrul bazei  $ABC$ . Fie  $M$  mijlocul muchiei  $AB$  și  $CP$  bisectoarea unghiului  $\sphericalangle VCM$ ,  $P$  un punct pe segmentul  $VM$ . Arătați că  $OP = 2OM$  dacă și numai dacă  $VA = AB\sqrt{3}$ .

*Supliment G.M. nr. 9/2024*

**Problema 4.**

Fie  $ABCD A'B'C'D'$  un paralelipiped dreptunghic. Notăm mijloacele muchiilor  $AB$ ,  $BC$  respectiv  $BB'$  cu  $M$ ,  $N$ ,  $P$  iar centrele fețelor  $ADD'A'$ ,  $DCC'D'$  respectiv  $A'B'C'D'$  cu  $M'$ ,  $N'$  respectiv  $P'$ . Demonstrați că dacă prisma triunghiulară  $MNPM'N'P'$  este regulată atunci paralelipipedul dreptunghic  $ABCD A'B'C'D'$  este cub.

Notă:

- Timp de lucru 3 ore.
- Rezolvarea fiecărei probleme este obligatorie.
- Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 7 puncte.

**SUCCES!**