

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ-31.01.2025
Clasa a VI-a
BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem .

Subiectul 1

Să se determine numărul natural \overline{ab} , știind că numerele \overline{abab} și \overline{baba} sunt direct proporționale cu 2 și 9.

Soluție:

$\{\overline{abab}; \overline{baba}\} d.p. \{2; 9\} \Rightarrow \frac{\overline{abab}}{2} = \frac{\overline{baba}}{9}$	1p
$\frac{1010a+101b}{2} = \frac{1010b+101a}{9}$	1p
$\frac{101(10a+b)}{2} = \frac{101(10b+a)}{9}$	1p
$\frac{10a+b}{2} = \frac{10b+a}{9}$	1p
$9(10a + b) = 2(10b + a)$	1p
Aducând relația sub forma cea mai simplă se obține $8a = b$	1p
$a = 1, b = 8 \Rightarrow \overline{ab} = 18$	1p

Subiectul 2

Salariul unei persoane a crescut în ultimii doi ani, cu 15% în primul an, iar în anul următor cu 20%. În felul acesta, persoana a primit în plus la salariu 950 de lei. Să se afle salariul inițial.

Soluție:

$x =$ salariul inițial	1p
$100\% + 15\% = 115\% \Rightarrow 115\% \cdot x$ este salariul după primul an	1p
$100\% + 20\% = 120\% \Rightarrow 120\%(115\% \cdot x) = \frac{69x}{50}$ este salariul după cei doi ani	2p
$\frac{69x}{50} - x = 950$	1p
Rezolvând ecuația, obținem $x = 2500$ lei	2p

Subiectul 3

Aflați numerele prime p, q și r știind că $p^{10} + 10^{p+1} = p^3qr$.

Gazeta Matematică nr.9/2024

Soluție:

$p^{10} : p$ și $p^3qr : p \Rightarrow 10^{p+1} : p$	1p
Din relația anterioară și condiția $p = \text{prim}$, obținem $p = 2$ sau $p = 5$	1p
I) $p = 2 \Rightarrow 2024 = 8qr$	1p
$qr = 253 \Rightarrow q = 11, r = 23$ sau $q = 23, r = 11$	1p
II) $p = 5 \Rightarrow 125 \cdot 689 = qr$	2p
Ecuția nu are soluții, deoarece q și r sunt prime	1p

Subiectul 4.

Se consideră punctele coliniare A, C și B , în această ordine, astfel încât $AB = 16 \text{ cm}$ și $BC = \frac{5}{3}AC$, iar semidreapta $[CD$ astfel încât $0,1(3) \cdot m(\widehat{BCD}) = 0,(6) \cdot m(\widehat{ACD})$.

Să se calculeze:

- lungimile segmentelor (AC) și (CB) ;
- măsurile unghiurilor \widehat{ACD} și \widehat{BCD} ;
- măsura unghiului format de bisectoarea lui \widehat{BCD} cu semidreapta $[CA$.

Soluție:

a) $AC = 6 \text{ cm}, BC = 10 \text{ cm}$	3p
b) $m(\widehat{ACD}) = 30^\circ, m(\widehat{BCD}) = 150^\circ$	3p
c) $m(\widehat{ACM}) = 105^\circ$, unde $[CM$ este bisectoarea unghiului \widehat{BCD}	1p