

Concursul Național de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”

Etapa Locală

Maramureș – 8 februarie 2025

Clasa a IX - a

Secțiunea H2

Filiera teoretică, profil real, specializarea științe ale naturii

1. a. Calculați partea întreagă a numărului $a = \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 100^2}{3350}$.

b. Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x + \left\{ \frac{x}{2025} \right\} = 2025$, unde prin $\{y\}$ s-a notat partea fracționară a numărului real y .

2. Pentru orice numere reale nenule a, b, c cu $(a+b)(b+c)(c+a) \neq 0$ și $a+b+c \neq 0$ se notează cu $A = \frac{a}{b+c}, B = \frac{b}{c+a}, C = \frac{c}{a+b}$. Arătați că numerele a^2, b^2, c^2 sunt, în această ordine, termenii consecutivi ai unei progresii aritmetice dacă și numai dacă numerele A, B, C au aceeași proprietate.

3. a. Arătați că două triunghiuri ABC și MNP au același centru de greutate dacă și numai dacă $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CP} = \vec{0}$.

b. În planul triunghiului ABC se consideră punctele M, N și P cu $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{BN} = 2\overrightarrow{NC}$ și $\overrightarrow{CP} = 2\overrightarrow{PA}$. Fie G_1, G_2 și G_3 centrele de greutate ale triunghiurilor $\triangle AMP, \triangle BNM$, respectiv $\triangle CNP$. Demonstrați că triunghiurile ABC și $G_1G_2G_3$ au același centru de greutate.

4. Demonstrați că:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \dots \cdot \frac{2n-1}{2n} \leq \frac{1}{\sqrt{3n+1}}, \forall n \in \mathbb{N}^*,$$

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se notează de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru – 3 ore



**INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN MARAMUREȘ**



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII