



Olimpiada Națională de Matematică 2025

Etapa locală - Iași, 31 ianuarie 2025

Clasa a VII-a

Problema 1.

- a) Arătați că dacă $n \in \mathbb{N}$, atunci $\sqrt{2001 - \sqrt{2001 - n}}$ nu este rațional.
- b) Determinați $n \in \mathbb{N}$, astfel încât numărul $\sqrt{2001 + \sqrt{2001 - n}}$ să fie rațional.

Problema 2.

- a) Fie $a > b > c > 0$, numere reale astfel încât $a \cdot b \cdot c = 1$ și $a + b + c > \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$. Arătați că $a > 1 > b$.
- b) Aflați $x \in \mathbb{N}$ astfel încât numărul $\sqrt{x - \sqrt{x - \sqrt{x}}}$ să fie număr întreg.

Problema 3.

În triunghiul dreptunghic ABC cu $\angle A = 90^\circ$ și $\angle B = 60^\circ$, bisectoarea unghiului B intersectează mediana AM în H și cateta AC în P. Dacă N este centrul de greutate al triunghiului ABM, Q este simetricul punctului N față de BC și R este simetricul punctului B față de MQ, arătați că:

- a) Patrulaterul PMQB este trapez isoscel;
- b) Punctele A, N, Q, R sunt patru puncte coliniare.

Problema 4.

În exteriorul pătratului ABCD se construiește pătratul BEFG astfel încât punctul G să fie interior laturii BC. Cercul circumscris pătratului ABCD se intersectează cu cercul circumscris pătratului BEFG în punctele B și B'. Arătați că punctele A, G și B' sunt coliniare.

Timp de lucru: 3 ore.

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.