

11**Olimpiada Națională de Matematică**
Etape locală, 8 februarie 2025**Clasa a XI-a****AG**
2025**Subiectul I**

Se consideră ecuația matriceală:

$$X^3 - 3X = A, \text{ unde } A = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$$

a) Arătați că dacă $X \in M_2(\mathbb{R})$ astfel încât $XA=AX$, atunci $X = \begin{pmatrix} a & 0 \\ c & a-c \end{pmatrix}$, $a, c \in \mathbb{R}$.**4 puncte**b) Rezolvați ecuația în $M_2(\mathbb{R})$.**3 puncte****Subiectul II**Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n^3]{1! + (2!)^2 + \dots + (n!)^n}$ **7 puncte****Subiectul III**Fie $A, B \in M_n(\mathbb{C})$ pentru care $ABA + A - B = BA - AB$ și $A^7 = O_n$.a) Arătați că $\det B = 0$.**3 puncte**b) Dacă $B = A^2$, arătați că $A = O_n$.**4 puncte****Subiectul IV**Studiați convergența șirului $(x_n)_{n \geq 0}$ definit prin $x_0 = 1, x_{n+1} = \frac{x_n + 1}{2x_n + 3}, \forall n \in \mathbb{N}$. Aflați $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$.**7 puncte****Varianta 2****Notă:**

Timp de lucru: 3 ore
Fiecare subiect se redactează pe foaie separată
și este notat cu punctaj întreg, de la 0 la 7 p.